

11. Übung “Mathematik II” SS 2012

DM Daniel Gerth, S2 0084

E-mail: daniel.gerth@dk-compmath.jku.at;

Tel.: 0732 2468 6844

MSc Valeriya Naumova, S2 464

E-mail: valeriya.naumova@oeaw.ac.at;

Tel.: 0732 2468 5224

Bitte geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort! Runde Klammern “()” geben die Laufnummer der Übung im System an.

Aufgabe 1(41):

Sei

$$\phi(t) = y(x_1(t), x_2(t)),$$

und

$$y(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_1x_2 - \frac{1}{2}x_2^2, \quad x_1(t) = 1 - t + 2t^2, \quad x_2(t) = 2t + 4t^2.$$

Bestimmen Sie $\phi'(t)$ mittels Kettenregel.

Aufgabe 2(42):

Sei $h = (h_1, h_2)$, $x^0 = (x_1^0, x_2^0)$. Die Taylorsche Formel 2. Ordnung für die Funktion $y(x_1, x_2)$ im Punkt x^0 hat die Form:

$$\begin{aligned} y(x^0 + h) \approx & y(x^0) + \frac{\partial y}{\partial x_1}(x^0) \cdot h_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2}(x^0) \cdot h_2 \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2}(x^0) \cdot h_1^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}(x^0) \cdot h_1 h_2 + \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2}(x^0) \cdot h_2^2 \right] \end{aligned}$$

Sei nun $y(x_1, x_2) = -3x_1 + x_1^2x_2 - 2x_2^3$. Bestimmen Sie die Taylorsche Formel 2. Ordnung für $y(x_1, x_2)$ um $x^0 = (-1, 1)$.

Aufgabe 3(43):

Sei

$$\begin{aligned} y(x_1, x_2) &= -3x_2 - x_1x_2, \\ C &= \left\{ (2 \sin(t), 2 \cos(t)) \mid t \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals $\int_C y \, dl$.

Aufgabe 4(44):

Sei

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2) &= \begin{pmatrix} F_1(x_1, x_2) \\ F_2(x_1, x_2) \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} x_1 - 1 \\ x_2 + 2 \end{pmatrix} \\ C &= \left\{ (2 \cos(t), \sin(t)) \mid t \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals $\int_C F_1 dx_1 + F_2 dx_2$.