4. Übung “Mathematik II” SS 2012

DM Daniel Gerth, S2 0084

E-mail: daniel.gerth@dk-compmath.jku.at;

Tel.: 0732 2468 6844

MSc Valeriya Naumova, S2 464

E-mail: valeriya.naumova@oeaw.ac.at;

Tel.: 0732 2468 5224

Bitte geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort! Runde Klammern “()” geben die Laufnummer der Übung im System an.

Aufgabe 1(13):

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die erste Ableitungen

$$(a) \quad y(x) = 3x^{-4}e^{\frac{3}{2}x} \sin x - 4\frac{\ln(x)}{(x^2+1)^3} + x^3\sqrt{x+5}$$

$$(b) \quad y(x) = -x \sin(\pi \cos(x^2)) - \frac{1}{x} \ln(x + \sqrt{x^2 + 4}).$$

Aufgabe 2(14):

Die spezifische Wärmekapazität c ist proportional zur Geschwindigkeit der Änderung ΔQ der Wärme(-energie) eines Körpers bezüglich der Temperaturänderung ΔT . Wenn sich c nicht mit der Temperatur ändert, so gilt

$$c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q(T)}{\Delta T}.$$

Wenn sich c jedoch mit der Temperatur ändert gilt

$$c(T) = \frac{1}{m} \frac{dQ(T)}{dT}.$$

Wie berechnet man in diesem Fall die Wärmeänderung ΔQ auf dem Intervall $[T_1, T_2]$?, d.h. wie berechnet man $Q(T_2) - Q(T_1)$, wenn $c(T)$ bekannt ist?

Sei

$$c(T) = 4.2022 \frac{kJ}{kgK} - 0.0008 \frac{kJ}{kgK^2} (T - 278K)$$

und $m = 2kg$. Bestimmen Sie $Q(308K) - Q(278K)$.

Aufgabe 3(15):

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = 6(x - 1)^2 + 3.$$

Berechnen Sie

$$\int_0^2 f(x) dx$$

mit Hilfe der Definition aus der Vorlesung. Vergleichen Sie den berechneten Wert mit den Flächen der entsprechenden Rechtecke und Trapeze.

Aufgabe 4(16):

(a) Bestimmen Sie für

* Federkraft $F(x) = kx$

* Gravitationskraft $F(x) = \frac{\tilde{k}}{x^2}$

die Arbeit auf dem Intervall $[x_1, x_2]$.

(b) Bestimmen Sie die Volumenarbeit des idealen Gases auf dem Intervall $[V_1, V_2]$.

(c) Die Fläche eines "Berges" unter dem Graphen von $\sin(ax)$, $a > 0$, zwischen $x = 0$ und der ersten positiven Nullstelle soll gleich $\sqrt{2}$ sein. Leiten Sie eine Gleichung für a her. Bestimmen Sie den Wert von a .