7. Übung “Mathematik II” SS 2012

DM Daniel Gerth, S2 0084

E-mail: daniel.gerth@dk-compmath.jku.at;

Tel.: 0732 2468 6844

MSc Valeriya Naumova, S2 464

E-mail: valeriya.naumova@oeaw.ac.at;

Tel.: 0732 2468 5224

Bitte geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort! Runde Klammern “()” geben die Laufnummer der Übung im System an.

Aufgabe 1(25):

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$x'' = -4 \cos(2\pi t), \quad x(0) = -2, \quad x'(0) = \frac{\pi}{2}.$$

Wie sieht der Graph der Funktion aus?

Bonusaufgabe A:

Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$. Finden Sie eine spezielle Lösung folgender Differentialgleichungen:

$$x' + bx = c$$

und

$$x'' + ax' + bx = c.$$

Hinweis: Diese Aufgabe ist in zwei Zeilen lösbar.

Aufgabe 2(26):

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung:

$$x'' + 10x' + 24x = 0$$

Bestimmen Sie die spezielle Lösung, die folgende Anfangsbedingung erfüllt:

$$x(0) = -3, \quad x'(0) = 2$$

Aufgabe 3(27):

(a) Sei $a \in \mathbb{R}$. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$x'' + 2ax' + a^2x = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion $x(t) = te^{-at}$ eine Lösung dieser Gleichung ist.

(b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x'' + 12x' + 36x = 0. \quad (*)$$

- (c) Eine Differentialgleichung 2. Ordnung kann anstelle einer Anfangsbedingung(AB) mit einer sogenannten Randbedingung(RB)

$$x(t_1) = x_1, \quad x(t_2) = x_2$$

ausgestattet werden. Bestimmen Sie die Lösung von (*), die folgende RB erfüllt:

$$x(0) = 2, \quad x\left(\frac{\ln 5}{6}\right) = \frac{13}{30}.$$

Aufgabe 4(28):

Bestimmen Sie für die Lösung von Aufgabe 2 die Monotonie- und Konvexitätsintervalle. Skizzieren Sie den Graphen dieser Funktion.

Bonusaufgabe B:

Bestimmen Sie für die Lösung von Aufgabe 3 die Monotonie- und Konvexitätsintervalle. Skizzieren Sie den Graphen dieser Funktion.