

8. Übung “Mathematik II” SS 2012

DM Daniel Gerth, S2 0084

E-mail: daniel.gerth@dk-compmath.jku.at;

Tel.: 0732 2468 6844

MSc Valeriya Naumova, S2 464

E-mail: valeriya.naumova@oeaw.ac.at;

Tel.: 0732 2468 5224

Bitte geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort! Runde Klammern “()” geben die Laufnummer der Übung im System an.

Aufgabe 1(29):

(a) Bestimmen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

- $(1 + 3i) + (2 - 5i)$;
- $(-2 + 3i) - (-2 - 3i)$;
- $(4 + 2i)(-6 - i)$.

(b) Sei $z = 7 - 2i$. Bestimmen Sie z^* und zz^* .

Aufgabe 2(30):

(a) Bestimmen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

- $\frac{1+2i}{3+4i}$,
- $\frac{2}{5} - \frac{2+i}{2-i}$.

(b) Finden Sie die komplexen Lösungen der folgenden Gleichung:

$$3z^2 + 24z + 75 = 0.$$

Aufgabe 3(31):

(a) Visualisieren Sie die folgenden komplexen Zahlen:

- $-3 + \frac{1}{2}i$;
- $\frac{1}{2} - 3i$;
- $2 + i$;
- $-\frac{3}{2} - i$.

Bestimmen Sie die absoluten Beträge der komplexen Zahlen $|z|$ und ihre Argumente ϕ . Stellen Sie die Zahlen in der $r(\cos \phi + i \sin \phi)$ Polarform dar.

(b) Bestimmen Sie die kartesische Form $x + iy$ folgender komplexer Zahlen:

- $2e^{i\frac{\pi}{4}}$;
- $-4e^{-i\pi}$;
- $3e^{i\frac{-\pi}{2}}$;
- $-5e^{-i\frac{2\pi}{3}}$.

Aufgabe 4(32):

(a) Bestimmen Sie $z_1 z_2$, z_1/z_2 und z_2/z_1 für die folgenden komplexen Zahlen:

$$z_1 = 5 \left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5} \right), \quad z_2 = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

und

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right), \quad z_2 = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right).$$

(b) Bestimmen Sie z^5 und z^{-5} für

$$z = 2 \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{5} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{5} \right) \right).$$

Hinweis: Man verwende entweder die Exponentialdarstellung von z oder den Moivreschen Satz (siehe z.B. Wikipedia).

Bonusaufgabe:

Finden Sie ein $z \in \mathbb{C}$ so dass

$$zz^* + 5(z - z^*) = 58 + 30i$$

gilt.