

## Wiederholungsübung “Mathematik II” SS 2012

DM Daniel Gerth, S2 0084  
E-mail: daniel.gerth@dk-compmath.jku.at;  
Tel.: 0732 2468 6844

MSc Valeriya Naumova, S2 464  
E-mail: valeriya.naumova@oeaw.ac.at;  
Tel.: 0732 2468 5224

Bitte geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort!

### Aufgabe 1:

Bestimmen Sie alle lokalen Extremstellen und Wendepunkte bzw. die Monotonie- und Konvexitätsintervalle für folgende Funktion:

$$y(x) = xe^{-1/x}$$

Skizzieren Sie den Graph dieser Funktion.

### Aufgabe 2:

Finden Sie für die Funktion

$$y(x) = \frac{x^3}{3} - x$$

auf dem Intervall  $[-2, 3]$  ihr globales Minimum, globales Maximum und die Stellen an denen diese eingenommen werden.

### Aufgabe 3:

(a) Berechnen Sie die folgenden Stammfunktionen:

- $\int (x + 2) \sin(x^2 + 4x - 6) dx;$
- $\int 3\sqrt{2x+1} dx;$
- $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+2x+1}};$
- $\int \frac{6-x}{(x-3)(2x+5)} dx.$

(b) Bestimmen Sie den Wert des folgenden bestimmten Integrals:

- $\int_{-\infty}^0 e^{2x}(x^2 - 2x + 1) dx;$
- $\int_0^1 x \ln(x + 3) dx;$

### Aufgabe 4:

Gegeben seien die beiden Vektoren  $\vec{a} = (1, 2, 0)$  und  $\vec{b} = (0, 3, 4)$ .

- Bestimmen Sie den Betrag von  $\vec{a}$  und geben Sie den Einheitsvektor  $\vec{e}_{\vec{a}}$  an.
- Berechnen Sie den Abstand zwischen den Endpunkten der Ortsvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .
- Berechnen Sie den Winkel  $\varphi$  zwischen den Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

Aufgabe 6:

Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der Funktion

- $y(x_1, x_2) = 5x_1^3 - 3x_1^2x_2 + x_1x_2 - 8x_2^2 + 3x_2^2x_1 + 2;$
- $t(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}};$
- $h(x, y) = \ln(xy).$

Aufgabe 7:

Sei

$$y(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_2,$$
$$C = \left\{ (2 \cos(t), 2 \sin(t)) \mid t \in \left[ \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right] \right\}.$$

Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals  $\int_C y \, dl$ .

Aufgabe 8:

Sei

$$F(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} F_1(x_1, x_2) \\ F_2(x_1, x_2) \end{pmatrix} = 0.5 \begin{pmatrix} x_1 - 5 \\ x_2 + 1 \end{pmatrix}$$
$$C = \left\{ (2 \cos(t), \sin(t)) \mid t \in \left[ -\pi, \frac{\pi}{2} \right] \right\}.$$

Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals  $\int_C F_1 dx_1 + F_2 dx_2$ .

Aufgabe 9:

Berechnen Sie das Bereichsintegral  $\int_B y(x_1, x_2) dx_1 dx_2$  für

$$y(x_1, x_2) = -2x_1 + x_2, \quad B = \{(x_1, x_2) \mid -2 \leq x_1 \leq 0, 0 \leq x_2 \leq -0.5x_1\}.$$

Aufgabe 10:

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichung und die Lösung, die die gegebene Anfangsbedingung erfüllt:

$$f' + \frac{2f}{t} = t^3, \quad f(1) = 0.$$

Aufgabe 11:

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichung:

$$y'' - y = -2t^2 + 4.$$

Aufgabe 12:

Bestimmen Sie die Konstante  $a$  so, daß die Differentialgleichung

$$\left(1 + \frac{ax}{y^2}\right) y' - \frac{1}{y} = 0$$

exakt wird und lösen Sie die abgeleitete Differentialgleichung für die Anfangsbedingung  $y(0) = 1$ .