

DI Roland Wagner, S2 524

DI Iuliia Shatokhina, S2 526

E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at

E-mail: iuliia.shatokhina@indmath.uni-linz.ac.at

Tel.: 0732 2468 4112

Tel.: 0732 2468 4111

<https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-i-ws14-15>

19. Geben Sie eine explizite Bildungsvorschrift zu einer Folge (a_n) an, deren erste Glieder gegeben sind. Setzen Sie die Folge dieser Bildungsvorschrift entsprechend um zwei Glieder fort.

(a) $-3, -7, -11, -15, -19, \dots$,

(b) $\frac{25}{4}, -\frac{5}{2}, 1, -\frac{2}{5}, \frac{4}{25}, \dots$,

(c) $2, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \dots$

20. Zeichnen Sie auf einem Zahlenstrahl die unten angegebenen Folgen ein. Untersuchen Sie die Zahlenfolgen (a_n) auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz. Ermitteln Sie ggf. den Grenzwert.

(a) $a_n = \frac{2n+5}{2n}, n \in \mathbb{N}$,

(b) $a_n = (-1)^{n+1} \left(4 + \frac{1}{n}\right)^n, n \in \mathbb{N}$,

(c) $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ für $n > 1$.

21. (a) Ab welchem $n_0 \in \mathbb{N}$ gilt $\left|\frac{2n^2-3}{2n^2+1} - 1\right| \leq \frac{1}{100}$ für alle $n \geq n_0$?

- (b) Bestimmen Sie den Grenzwert a der Folge $a_n := \frac{3n-2}{4n+1}$ sowie geben Sie ein n_0 an, sodass für alle $n > n_0$ gilt $|a - a_n| < \varepsilon$.

22. Berechnen Sie für $n \rightarrow \infty$ die Grenzwerte von

(a) $a_n := \frac{3n}{2\frac{1}{n}} - \frac{2n}{3n-6}$;

(d) $a_n := \frac{-2n^3+1}{3n^2+1}$;

(b) $a_n := \frac{n^2-1}{n^5+2} + \left(2 + \frac{6}{n}\right)^n$;

(e) $a_n := \left(\frac{-3n+2}{6n-1}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{n^2}\right)$;

(c) $a_n := \frac{2n-1}{2n+1} - \frac{2}{\sqrt[5]{100}} + 1$;

(f) $a_n := 1 + \left(-\frac{4}{7}\right)^n$.

23. Finden Sie jeweils ein Beispiel für eine Folge mit den Eigenschaften

a) konvergent, aber nicht monoton

b) beschränkt, aber nicht konvergent

24. Seien (a_n) und (b_n) zwei divergente Zahlenfolgen mit $a_n \rightarrow \infty$ und $b_n \rightarrow -\infty$. Für diese Zahlenfolgen gelten die Gesetze aus Satz 1.18 der Vorlesung nicht. Finden Sie Beispiele für (a_n) und (b_n) , so dass

(a) $(a_n + b_n) \rightarrow \infty$

(d) $\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \rightarrow 0$

(b) $(a_n + b_n) \rightarrow 0$

(e) $(a_n b_n) \rightarrow -\infty$

(c) $\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \rightarrow -\infty$

(f) $(\lambda a_n) \rightarrow -\infty, \lambda \in \mathbb{R}$

Wählen Sie in f) auch λ .