

DI Roland Wagner, S2 524

DI Iuliia Shatokhina, S2 526

E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at

E-mail: iuliia.shatokhina@indmath.uni-linz.ac.at

Tel.: 0732 2468 4112

Tel.: 0732 2468 4111

<https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-i-ws14-15>

Geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort!

31. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

32. Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen ($x \in \mathbb{R}$)

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3+2k^2+3}{k^4+3k^3+2k} x^k, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{k} x^k,$$

33. Sind die folgenden Funktionen injektiv/surjektiv/bijektiv? Bestimmen Sie, wenn möglich, die Umkehrfunktion. Sind die folgenden Funktionen (nach oben/unten) beschränkt? Sind die Funktionen gerade oder ungerade? Zeichnen Sie die Grafen der Funktion.

$$(a) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3, \quad (b) g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = x^4, \\ (c) h: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = x^4. \quad (d) i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos(x^2),$$

34. Entscheiden Sie, ob die folgenden Abbildungen Funktionen sind:

$$(a) f: [0, 1] \rightarrow \{3\}, \quad f(x) = 3, \quad (b) g: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{2\}, \quad g(0) = 2, \\ (c) h: [1, 2] \rightarrow [0, 1], \quad h(x) = x - 1, \quad (d) i: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 3\}, \quad i(x) = x - 1.$$

Zeichnen Sie diese Abbildungen. Welche sind umkehrbar?

35. Geben Sie für die Funktionen

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := 3x^3, \\ g: \mathbb{R} \rightarrow [2, \infty), \quad g(x) := x^2 + 2 \\ h: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), \quad h(x) := e^x,$$

folgende Hintereinanderausführungen samt Definitions- und Wertebereich an:

$$f \circ g, \quad h \circ f, \quad g \circ g \circ h, \quad f \circ g \circ h.$$

Der Definitionsbereich soll dabei möglichst der maximal mögliche in $\mathbb{R}$ sein und der Wertebereich soll so gewählt werden, dass die Hintereinanderausführung surjektiv ist. Welche Hintereinanderausführung ist zudem noch injektiv?

36. Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 + |\cos(4x)|$.

- Bestimmen Sie den maximalen Definitions- und Wertebereich von $f(x)$.
- Ist die Funktion $f(x)$ beschränkt?
- Skizzieren Sie $f(x)$.
- Untersuchen Sie $f(x)$ auf Symmetrie.
- Ist $f(x)$ periodisch? Falls ja, bestimmen Sie die primitive Periode.