

DI Roland Wagner, S2 524

Dr Iuliia Shatokhina, S2 526

E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at

E-mail: iuliia.shatokhina@indmath.uni-linz.ac.at

Tel.: 0732 2468 4112

Tel.: 0732 2468 4111

<https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-i-ws14-15>

Geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort!

37. Bestimmen Sie die folgende Grenzwerte

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x^2-4)}{x+2} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+x}{x^2} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x^3-3x^4}{5x^3-3x^5} - \frac{3}{1-x^3} \right) & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3}{x^2-1} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-3x+4}{2\cos(2x)}. \end{array}$$

38. (a) Welchen Grenzwert besitzt die Funktion $f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ für $x \rightarrow 1$?

(b) Zeigen Sie: Die Funktion $g(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$ besitzt für $x \rightarrow \infty$ den Grenzwert $g = 0$.

39. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+4}{x^2-x-2}, & \text{für } x \neq -1, x \neq 2 \\ 0, & \text{für } x = -1, x = 2. \end{cases}$$

Berechnen Sie, sofern existent, die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x).$$

40. In welchen Punkten sind folgende Funktionen stetig? Untersuchen Sie insbesondere die Grenzwerte für $x \rightarrow 0$, $x \rightarrow 1$ und $x \rightarrow -1$. Skizzieren Sie auch die zugehörigen Graphen.

$$\text{(a) } f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x}, & \text{für } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 + x, & \text{für } x > 1. \end{cases} \quad \text{(b) } g(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x > 0, \\ -x, & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ 1, & \text{für } x \leq -1. \end{cases}$$

41. Untersuchen Sie die folgende Funktionen auf Stetigkeit. Charakterisieren Sie die Unstetigkeitsstellen, falls diese existieren. Skizzieren Sie auch die zugehörigen Graphen.

$$\text{(a) } f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{für } x \leq 0, \\ 1, & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ x, & \text{für } x > 1. \end{cases} \quad \text{(b) } g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & \text{für } x \leq 2, \\ x^2-2, & \text{für } x > 2. \end{cases}$$

42. Wählen Sie die Konstanten $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, so dass $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ überall stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin(-x), & \text{für } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ \alpha \cos(x + \frac{\pi}{2}) - \beta, & \text{für } |x| < \frac{\pi}{2}, \\ \sin(2x), & \text{für } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$