Übungen aus Mathematik II **SS 2015**

Übungsblatt 11 09.06.2015

DI Roland Wagner, S2 524
E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at
Tel.: 0732 2468 4112

DI Daniela Saxenhuber, S2 524
E-mail: daniela.saxenhuber@indmath.uni-linz.ac.at
Tel.: 0732 2468 4110

https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-ii-ss15/

Geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort!

55. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\vec{\gamma}} f ds$$

mit $f(x,y) := x^2 + y^2 + z^2$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, für

$$\vec{\gamma}(t) = (\cos t, \sin t, t)^T\ ,\ \ t \in (0, 2\pi)\,.$$

56. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\vec{\gamma}} \vec{f}(x,y,z) d(x,y,z)$$

für

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2 y \\ x - z \\ xyz \end{pmatrix}, \qquad \text{und} \qquad \vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^3 \\ 2 \end{pmatrix},\ \ t \in [0,2].$$

57. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\vec{\gamma}} \vec{f}(x,y,z) d(x,y,z)$$

für

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} -2xz \\ -2yz \\ -x^2 - y^2 \end{pmatrix}, \qquad \text{und} \qquad \vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \\ 0 \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi].$$

58. Sei

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2 \cos(y) - \sin(z)\sin(x) \\ -\frac{1}{3}x^3 \sin(y) + \frac{z^2}{y^2} \\ \cos(x)\cos(z) - \frac{2z}{y} \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass $\vec{f}$ ein Potentialfeld ist.

b) Zeigen Sie, dass die Funktion $V(x,y,z) = \frac{x^3}{3}\cos y + \cos x \sin z - \frac{z^2}{y}$ das Potential zu $\vec{f}$ ist.

c) Sei $\vec{\gamma}$ der Kreis mit Radius 2 und Mittelpunkt $(1,3,-1)$ der in einer Ebene parallel zur $x-y$-Achse liegt. Berechnen Sie $\int_{\vec{\gamma}} \vec{f} ds$ über den vollen Kreis.

59. Berechnen Sie

$$\int_D V(x,y,z)d(x,y,z)$$

mit $D = [2,3] \times [1,2] \times [2,3]$, wobei V das Potential zu $\vec{f}$ aus Aufgabe 58 ist.

60. Klassifizieren Sie die folgenden Differentialgleichungen und entscheiden Sie, wenn möglich, ob eine oder mehrere Lösungen existieren.

a) $h'(t) = -c\sqrt{h(t)}$ mit $h(0) = 100$.

b) $\left(\frac{y''(x)}{(1+(y'(x))^2)^{5/2}}\right)'' = f(x)$ mit $y(0) = y'(0) = y(l) = y'(l) = 0$.