Übungen aus Mathematik II **SS 2015**

Übungsblatt 2 17.03.2015

DI Roland Wagner, S2 524
E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at
Tel.: 0732 2468 4112

DI Daniela Saxenhuber, S2 524
E-mail: daniela.saxenhuber@indmath.uni-linz.ac.at
Tel.: 0732 2468 4110

https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-ii-ss15/

7. Überprüfen Sie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \\ 11 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 14 \\ -3 \\ 28 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}$ auf lineare Unabhängigkeit.

8. Gegeben sei das Dreieck ABC in $\mathbb{R}^3$, mit den Eckpunkten $A = (4, -2, 3)$, $B = (5, 3, -1)$ und $C = (-1, 2, 4)$. Berechnen Sie die Länge der Seiten, alle Innenwinkel und den Flächeninhalt des Dreiecks.

9. Geben Sie mögliche Eckpunkte des durch die Vektoren $\vec{a} = (3, 1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 3, 0)$ und $\vec{c} = (1, 2, 3)$ aufgespannten Parallelepipeds an und berechnen Sie dessen Volumen.

10. (a) Sei $\mu \in \mathbb{R}$ und es gelte $\vec{a} - \mu\vec{b}$ ist orthogonal zu $\vec{c}$, mit $\vec{a} = (-11, 7, -5)$, $\vec{b} = (-27, 0, 3)$ und $\vec{c} = (3, 0, 1)$. Bestimmen Sie μ.

    (b) Bestimmen Sie $y \in \mathbb{R}$ so, dass der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ mit den Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$ in einer Ebene liegt.

11. (a) Die Strecke $\overrightarrow{AB}$ sei gegeben durch $A = (2, -1, -3)$ und $B = (-4, 5, 0)$. Beschreiben Sie die Gerade g auf der diese Strecke liegt und berechnen Sie deren Abstand zu $C = (13, -11, 12)$.

    (b) Die Ebene E sei gegeben durch die Punkte $A = (1, -16, 6)$, $B = (5, -1, 9)$ und $C = (7, 5, 8)$. Die Gerade g verläuft durch $D = (9, -15, 7)$ und $F = (-3, -11, 1)$. Zeigen Sie, dass g senkrecht zu E verläuft.

12. (a) Zeigen Sie, dass die beiden Unterräume U_1 und U_2 gleich sind:

$$U_1 = \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{und} \quad U_2 = \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

(b) Reduzieren Sie den Unterraum

$$U = \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

des $\mathbb{R}^5$ auf eine Basis der Dimension 3, wenn möglich.