

DI Roland Wagner, S2 524

DI Daniela Saxenhuber, S2 524

E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at

E-mail: daniela.saxenhuber@indmath.uni-linz.ac.at

Tel.: 0732 2468 4112

Tel.: 0732 2468 4110

<https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-ii-ss15/>

Geben Sie bei allen Aufgaben den genauen Lösungsweg und alle Zwischenschritte an, bzw. begründen Sie Ihre Antwort!

31. Bestimmen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & a & 2a \end{pmatrix}$$

die Eigenwerte, Eigenvektoren sowie die Dimension der Eigenräume in Abhängigkeit des freien Parameters $a \in \mathbb{R}$.

32. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Diskutieren Sie die Lösbarkeit und bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $Ax = b$.

33. (a) Bestimmen Sie die Definitions- und Wertebereiche der Funktionen

$$f(x, y) = 5 + \sqrt{x^2 - y^2}, \quad g(x, y) = \ln(-x^3 + y^2),$$

und stellen Sie die Definitionsbereiche graphisch dar.

(b) Skizzieren Sie für ausgewählte Werte $c \in \mathbb{R}$ die Höhenlinien der Funktionen

$$f(x, y) = \frac{x^3}{5} + \frac{y^2}{4}, \quad g(x, y) = |x| \cos(y).$$

34. Untersuchen Sie für die Funktion $f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ die Grenzwerte

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y),$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y),$

(c) $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y).$

Untersuchen Sie die gleichen Grenzwerte für die Funktion $g(x, y) = \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}.$

35. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Beschränktheit:

$$f(x, y) = -\frac{x^2}{2y^4}, \quad g(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + 1) \sin(z)$$

36. Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen für die Folge $\vec{x}_n = \left(\frac{3+21n}{3n}, \frac{-2n^2+5n}{4n^2-3}\right)$

$$f_n(x, y) = \left(\begin{array}{c} x^2 - 2y \\ \ln(x - 7) + \sin(2\pi y) \end{array} \right), \quad g(x, y) = \left(\begin{array}{c} \frac{x}{y} \\ x^2 y^3 + e^{2y} \\ x^3 + 12y - \sin(2x) \end{array} \right)$$